

УДК 535.32

А. В. Кошелев

Сибирская государственная геодезическая академия

ул. Плеханова, 10, Новосибирск, 630108, Россия

E-mail: alvlkosh@yandex.ru

О ФАЗОВОЙ И ГРУППОВОЙ СКОРОСТИ ВОЛН В ДИСПЕРГИРУЮЩИХ СРЕДАХ

Фазовая и групповая скорости волн относятся к наиболее часто используемым параметрам при исследовании физических процессов и выполнении измерений в диспергирующих средах. Существующие несовпадения между фазовыми скоростями идеальных гармонических волн и групповыми скоростями реальных некогерентных волн вносят определенные противоречия в их физическое толкование, которое в некоторых случаях является источником дополнительных погрешностей, как для теоретических исследований, так и результатов физических измерений. Сформированные в начале прошлого века эти понятия, по мнению автора, не получили должной критической оценки для определения скоростей и показателей преломления реальных волн в диспергирующих средах.

Ключевые слова: Фазовая и групповая скорости волн, диспергирующая среда, ионосфера, преломление и отражение волн.

Введение

При изучении широкого круга физических явлений и выполнении высокоточных физико-технических измерений определение скоростей распространения волн различной природы в диспергирующих средах (ДС) имеет важное научное и практическое значение. Как известно, диспергирующими являются такие среды, показатель преломления которых зависит от частоты волны. Для световых волн к таким средам относятся: воздух, жидкости, стекло, для радиоволн – ионизированная плазма и т.п. Диспергирующие среды существуют для акустических, механических, электрических и многих других типов колебаний [1, 6].

В современной физической литературе фазовая и групповая скорости волн в ДС и, соответственно, их показатели преломления в равной степени участвуют в количественной и качественной оценке, как самих физических явлений, так и измеряемых с их применением параметров [1-5]. В настоящей работе рассматривается вопрос о правомочности, как использования, так и существования фа-

зовой скорости для оценки экспериментальных данных и объяснения реальных физических процессов и явлений в ДС.

Известно, что фазовая скорость существует лишь для строго монохроматических волн на бесконечно большом интервале времени [1,2,5]. В то время как реальные волны не удовлетворяют условию монохроматичности и бесконечной продолжительности. К основным факторам немонохроматичности реальных волн относятся:

- модуляция волн случайными процессами, сопровождающими генерацию волн;
- ограничение (модуляция) по времени функцией включения и выключения;
- дискретный характер излучений, например, в виде квантов света.

Отсюда следует вывод, что в природе идеальные гармонические (монохроматические) волны отсутствуют, следовательно, и фазовой скорости в ДС не существует. Использование фазовой скорости для реальных волн полностью оправдано лишь для недиспергирующих сред.

В учебниках физики, включая и специальную литературу по теории волн [5, 9, 12], для объяснения физических эффектов отражения и преломления волн в ДС часто используется понятия фазового показателя преломления. Иногда, термин показатель преломления в ДС приводится без указания к какой скорости он относится к фазовой или групповой [11, 13, 14]. Причину этого явления автор видит в существующей противоречивости и недоопределенности изложения этих вопросов в отечественной и зарубежной литературе, что частично дезориентирует читателя и приводит к неверным выводам. Часто при изложении теории и решении практических задач переходят к фазовым скоростям в ДС, обсуждая их как фактически существующие. Однако существуют и основополагающие физические работы, в которых отрицается существование фазовых скоростей в диспергирующих средах. Например, известные ученые Борн М. и Вольф Э. в своей фундаментальной книге [4] пишут: «...фазовая скорость не может соответствовать скорости распространения сигнала. В самом деле, легко видеть, что фазовую скорость нельзя определить экспериментально, и поэтому следует считать ее лишенной какого-либо прямого физического смысла».

Значение фазового показателя преломления для фазовой скорости электромагнитных волн (ЭМВ) получают из решения известного волнового уравнения для электромагнитных волн [4]

$$\nabla^2 E = \frac{\mu\varepsilon}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 E}{\partial t^2}, \quad (1)$$

где ∇ - оператор Лапласа, t - время, E – напряженность электрического поля электромагнитной волны, μ и ε - магнитная и электрическая проницаемость среды, c - скорость света в вакууме.

Для однородных в пространстве и времени сред уравнение (1) имеет решение в виде идеальной гармонической волны

$$E(t) = E_1 \cos(\omega t + \varphi_0),$$

где E_1 - амплитуда ЭМВ, ω - круговая частота, φ_0 - начальная фаза.

В этом случае фазовая скорость V_p гармонической ЭМВ определяется известными в физике уравнениями

$$V_p = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon \mu}} = \frac{c}{n_p} = \frac{\omega}{k}, \quad (2)$$

где n_p - фазовый показатель преломления волны. $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - волновое число, λ - длина волны.

В то же время, помимо М. Борна известный российский ученый лауреат Нобелевской премии по физике Л. Ландау также утверждал, что с фазовой скоростью в природе ничто не движется, а, следовательно, в реальной действительности фазовых скоростей не существует [26]. Однако эти важные утверждения остались без внимания ученых, по-видимому, из-за отсутствия веских теоретических и экспериментальных доказательств. Целью настоящей работы является как теоретическое, так и экспериментальное обоснование отсутствия фазовых скоростей в ДС, позволившее автору получить корректные формулы показателя преломления оптических волн в диспергирующей атмосфере при выполнении светодальномерных и рефрактометрических измерений

1. Теоретическое обоснование отсутствия фазовых скоростей в диспергирующих средах.

В действительности, большинство ДС неоднородны в пространстве и времени, а реальные волны не являются гармоническими сигналами. Временная неоднородность ДС во времени, помимо естественной нестабильности и ограниченности реальных волн по времени, приводит к дополнительной случайной модуляции, распространяющихся в них волн. В результате, даже идеальные волны в таких средах распространялись бы в них с групповой скоростью [3], а их направление распространения задается групповым показателем преломления. Однако, эти положения, к сожалению, не получили должной оценки и применения в теории и практике распространения волн как в классической физике, так и в целом ряде смежных с ней научных и технических дисциплин [1-10].

Обычно, распространение модулированных волн в ДС излагается с использованием фазовой скорости - для несущих волн и групповой скорости - для огибающих модулированных волн [1-12]. Такое положение существенно искажает как реальную физическую картину исследуемых процессов и явлений, так и интерпретацию результатов физических и технических измерений. Например, в работе [12] приводится утверждение, что фазовая скорость гауссова пучка в оптических системах больше скорости света в вакууме. В действительности, и несущие волны, и переносимые ими модулирующие волны в диспергирующих средах распространяются только с групповыми скоростями, не превышающими скорость света в вакууме.

Остановимся более подробно на обосновании представления реального сигнала в виде случайно-модулированного колебания. В качестве наглядного примера рассмотрим рекордно стабилизированное излучение лазера, используемое в качестве квантового стандарта частоты [17]. В этом случае излучение лазера можно считать наиболее близким к идеальному монохроматическому излучению. Его относительная нестабильность частоты может оцениваться величиной порядка $\Delta\omega/\omega_0 \cong 10^{-15}$, где $\Delta\omega$ - уход частоты, а ω_0 - среднее значение частоты излучения за промежутки времени, устанавливаемый для кратковременной или долговременной стабильности частоты. Существующий уход частоты означает, что частота лазера $\omega(t)$ является случайной и непрерывно изменяющейся функцией, а, следовательно, излучение лазера всегда модулировано по частоте случайным процессом.

Таким образом, реальная оптическая волна даже стабилизированная по частоте распространяется в ДС только с групповой скоростью [5, 22]. Это следует еще и из того, что изменение частоты ω на бесконечно малую величину $d\omega$ приводит к изменению длины волны λ в формуле волнового числа $k = 2\pi/\lambda$, а значение k получает приращение dk . Следовательно, мгновенная скорость реальной волны в ДС, независимо от степени стабильности волны, всегда есть групповая скорость $V_g(\omega)$, которая определяется хорошо известным в физике уравнением

$$V_g(\omega) = \frac{d\omega}{dk}.$$

Электрическое поле излучения любого реального лазера $E(t)$ можно представить в общем виде узкополосным (или квазимонохроматическим) случайным процессом как квазигармоническое колебание

$$E(t) = E_0(t) \cos[\omega(t) \cdot t + \varphi_0(t)] = E_0(t) \cos \psi(t). \quad (3)$$

Здесь случайные функции изменения: $E_0(t)$ - амплитуды электрического поля, $\omega(t)$ - круговой частоты, $\varphi_0(t)$ - начальной фазы и $\psi(t)$ - полной фазы соответственно [5, 19].

Формула (3) не является единственной формой представления реальных квазимонохроматических волн. В ряде случаев, можно пользоваться более удобной формой представления волн гармонической. Такой подход может быть использован в том случае, если оптическая волна (3) является стационарным случайным процессом, а усреднение производится по постоянной времени, например, фотоприемника во много раз превосходящей период световой волны [5, 19]. Тогда для узкополосных световых волн можно в некоторых случаях пользоваться более привычной формулой

$$E(t) = E_0 \cos(\omega_0 \cdot t + \varphi_0), \quad (4)$$

где $E_0 = \overline{E_0(t)}$, $\omega_0 = \overline{\omega(t)}$ и $\varphi_0 = \overline{\varphi_0(t)}$ - соответственно средние значения по времени: амплитуды, круговой частоты и фазы. При этом подразумевается, что

волна (4) также распространяется в ДС с групповой скоростью, а ее характеристики получены из усредненных статистически параметров случайной волны.

Для спектрального анализа реального электрического поля $E(t)$, имеющего вид уравнения (3), воспользуемся комплексной спектральной плотностью амплитуды $S(\omega)$, полученной на достаточно большом интервале времени, с использованием преобразования Фурье

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (5)$$

где $j = \sqrt{-1}$. Спектр амплитуд $S(\omega)$ характеризует непрерывное распределение амплитуд случайного процесса $E(t)$ в зависимости от частоты ω . Это означает, что изменения частоты $\omega(t)$ приводят к случайным изменениям амплитуд спектра излучения $S(\omega)$, которые малы для определенного значения частоты ω , но различны по амплитуде для каждого значения частоты ω в пределах $\omega_1 < \omega < \omega_2$ рис. 1.

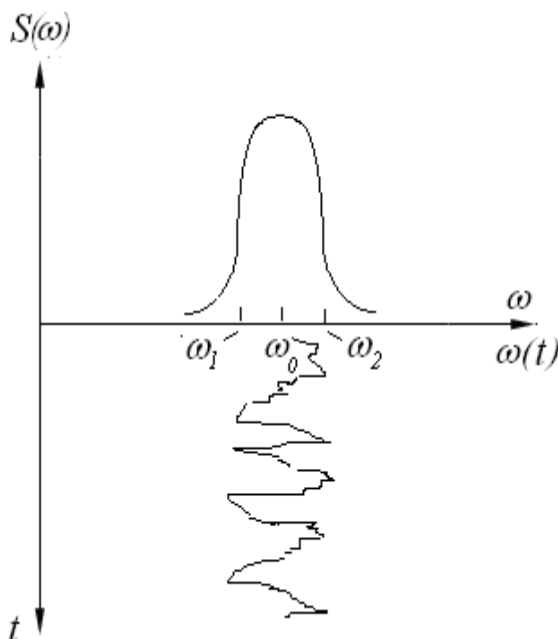


Рис.1. Спектральная плотность $S(\omega)$ электрического поля лазера средней частотой ω_0 при случайном изменении результирующей частоты излучения $\omega(t)$ в зависимости от времени t

В данной работе принципиальным отличием от известных подходов является утверждение, что каждая спектральная составляющая реальной случайной волны в диапазоне частот $\omega \in (\omega_1, \omega_2)$ распространяется в ДС с групповой скоростью $v_g(\omega)$, а не с фазовой, как это излагается в существующей литературе.

Любая реальная волна независимо от длительности и от степени ее стабильности переносит энергию, а, следовательно, является энергетическим параметром и не имеет никакого отношения к фазовой скорости. В то же время фазовая

скорость предполагает использование волн идеальной стабильности и, что очень важно, бесконечной продолжительности по времени [8].

На практике реальные волны этим условиям не удовлетворяют. Даже если допустить, что получена волна идеальной стабильности $E(t)$ (это можно предположить, поскольку уже физически достигнута относительная стабильность лазерного излучения около 10^{-15}), то в действительности такая волна всегда ограничена по продолжительности конечным временем процесса измерения τ или ее существования. Форма и спектр такого сигнала представлены на рис.2.

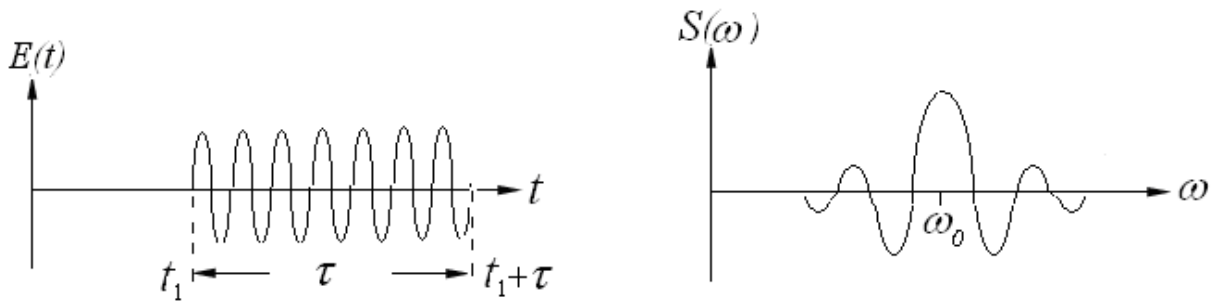


Рис.2. Временные диаграммы и спектральная плотность отрезка идеальной синусоиды.

Ограниченный по времени сигнал $E(t)$ интервалом $[t_1, t_1 + \tau]$ является непериодическим и спектр такого сигнала, определяется спектральной плотностью $S(\omega)$. Представим такую монохроматическую волну $E(t)$ с единичной амплитудой уравнением

$$E(t) = \cos \omega_0 t, \quad (6)$$

где ω_0 - круговая частота сигнала.

Известное выражение преобразования Фурье [9] для определения $S(\omega)$ имеет вид

$$S(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = \int_{t_1}^{t_1+\tau} E(t) \cdot e^{-j\omega t} dt = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\sin[1/2(\omega - \omega_0) \cdot \tau]}{[1/2(\omega - \omega_0) \cdot \tau]}, \quad (7)$$

где $j = \sqrt{-1}$. Здесь функция $S(\omega)$ - характеризует непрерывное распределение плотности амплитуд в зависимости от частоты ω и имеет вид представленный на рис.1.

Таким образом, даже отрезок идеальной синусоиды $E(t)$ из-за ограничения реального сигнала по времени всегда имеет непрерывный спектр частот, содержащих группу волн, ограниченную спектральной плотностью амплитуды $S(\omega)$, а, следовательно, будет распространяться в диспергирующей среде (ДС) только с групповой скоростью V_g .

Может возникнуть предположение, что поскольку в спектральной плотности $S(\omega)$ сигнала $E(t)$ присутствует сигнал с конкретной частотой ω , то возможно он будет распространяться с фазовой скоростью. По этому поводу важно отметить, что преобразования Фурье (7) получают из периодического ряда Фу-

рье путем увеличения длительности периода сигнала T в бесконечность. В этом случае дискретный спектр сигнала ряда Фурье преобразуется в сплошной спектр, определяемый спектральной плотностью $S(\omega)$, а амплитуды спектральных составляющих, входящих в уравнение (7), становятся бесконечно малыми величинами [9]. Известно, что в математике бесконечно малая величина есть нуль.

Следовательно, спектральная составляющая на частоте $\omega \in (\omega_1, \omega_2)$ для бесконечно малой полосы частот $d\omega$, в уравнении (7) будет иметь амплитуду бесконечно малой величины, физически равную нулю, и зафиксировать ее невозможно. Отсюда следует вывод, что в реальном излучении не существует идеальных монохроматических волн, распространяющихся с фазовой скоростью на любой конкретной частоте ω , независимо от степени ее стабильности.

2. Распространение радиоволн в ионосфере

В ионосфере наиболее наглядно проявляется физическое отсутствие фазовой скорости, как реального параметра. В этом случае при использовании только групповых скоростей реальных радиоволн и их спектральных составляющих в диспергирующей ионосфере с аномальной рефракцией выявляются следующие преимущества. Отпадает необходимость объяснять, что фазовая скорость радиоволн в ионосфере «может превышать скорость света в вакууме» [6,15,18]. По этому вопросу, в существующей литературе возникает парадоксальная ситуация при которой вначале искусственно вводится понятие фазовой скорости в диспергирующих средах для монохроматических радиоволн с бесконечной продолжительностью, которых в природе не существует. Затем утверждается, что такие волны могут распространяться в средах с аномальной рефракцией со скоростью большей, чем скорость света в вакууме.

Физические теории существования сверхсветовых скоростей основаны, как правило, на использовании фазовых скоростей в диспергирующих средах [29]. В современной научной литературе эти вопросы активно обсуждаются и используются как для теоретического обоснования результатов теоретических исследований, так и для интерпретации результатов физических экспериментов. При этом объясняется, что с такой скоростью распространяется фаза монохроматической волны, которая не является энергетическим параметром [8,29], хотя именно фаза определяет конкретное значение мгновенной амплитуды, мощности и энергии волны. В действительности, поскольку нет фазовой скорости, то и нет волн распространяющихся со скоростью большей, чем скорость света в вакууме.

Однако автор не отрицает возможности использования фазовой скорости в ДС, как гипотетического параметра, применяемого для чисто теоретических исследований там, где без этого нельзя обойтись. При этом необходимо указание на теоретическую направленность вводимого параметра. Практически фазовую скорость в ДС измерить невозможно, но ее можно рассчитать, используя теоретические модели [6,18], или вычислить по значению групповой скорости. На-

пример, для определения фазового показателя преломления радиоволн по известному значению группового показателя преломления с помощью уравнения $n_p \cdot n_g = 1$. Это может потребоваться, например, для проверки адекватности теоретически построенных моделей ДС к их реальным моделям. Однако вывод групповой скорости по теоретическим значениям фазовой скорости не является точным и на практике для этих целей пользуются результатами экспериментальных определений групповых скоростей или дисперсионными методами измерений группового среднеинтегрального показателя преломления ионосферы [18, 21, 25].

По мнению автора, использование в настоящее время существующих теорий, основанных на применении фазовых скоростей радиоволн в ионосфере для обработки GPS-наблюдений, может служить источником дополнительных погрешностей в измерениях координат и расстояний.

2.1. Экспериментальные исследования по определению скорости радиоволн в ионосфере

В сложившейся ситуации, единственным критерием истины в рассматриваемых вопросах могут быть экспериментальные исследования, подтверждающие или опровергающие существование фазовых скоростей в диспергирующих средах. Для этих целей в данной работе использованы результаты реальных наиболее точных двухчастотных фазовых GPS-измерений расстояний, включающих прохождение радиоволн через ионосферу.

В существующих методах GPS(Global Positioning System) - измерений учет влияния ионосферы на результаты определения расстояний между GPS - спутниками и двухчастотными приемниками осуществляется дисперсионными методами. Для этих целей выполняются серии одновременных кодовых и фазовых измерений на несущих частотах f_1 и f_2 . Считается, что при кодовых измерениях радиоволны распространяются с групповой скоростью v_g , а при фазовых измерениях расстояний на несущих частотах $f_1 = 1\,575,42$ МГц и $f_2 = 1\,227,60$ МГц волны движутся с фазовой скоростью v_p [21,25]. Относительная стабильность несущих частот f_1 и f_2 в системах GPS оценивается величиной порядка 10^{-14} . В настоящее время такие измерения, характеризуются наивысшей достижимой точностью и могут быть использованы для надежной оценки влияния ионосферы на результаты измерений расстояний в десятки тысяч километров с сантиметровой инструментальной погрешностью.

Формулы групповой и фазовой скорости имеют вид: $v_g = c/n_g$ и $v_p = c/n_p$, где c - скорость света в вакууме, а n_g и n_p - соответственно групповой и фазовый показатели преломления. В современной литературе показатели преломления n_g и n_p этих волн определяются известными уравнениями [21, 25]:

$$n_g = 1 + \frac{40,3 \cdot N_e}{f^2}, \quad (8)$$

$$n_p = 1 - \frac{40,3 \cdot N_e}{f^2}, \quad (9)$$

где f - частота в герцах, N_e – плотность электронов в ионосфере. Из уравнения (2) следует, что фазовая скорость превышает скорость света в вакууме и это явление, получило название фазового опережения. В свою очередь, такое утверждение находится в противоречии с основным законом теории относительности, согласно которому никакая волна или сигнал не могут распространяться со скоростью, превышающей скорость света в вакууме.

Кодовые измерения длин в GPS выполняются на частоте модуляции $f_p = 10,23$ МГц с использованием несущих частот f_1 и f_2 . Результаты кодовых измерений расстояний на частотах f_1 и f_2 обозначим символами P_1 и P_2 . Модулированные кодами радиоволны на частотах f_1 и f_2 в ионосфере распространяются с заведомо известными групповыми скоростями, что позволяет использовать расстояния P_1 и P_2 в качестве относительно достоверных результатов измерений. Для фазовых измерений расстояний L_1 и L_2 используются сигналы только высокостабильных несущих частот f_1 и f_2 , фазовая скорость которых в настоящей работе подвергается сомнению. По результатам сравнений длин, полученных из кодовых P_1, P_2 и фазовых измерений L_1, L_2 , ставилась задача определить с фазовой или групповой скоростью распространяются в ионосфере несущие радиоволны на частотах f_1 и f_2 .

Результаты одновременных измерений дальностей в ионосфере для кодовых P_1, P_2 и фазовых L_1, L_2 наблюдений на частотах f_1 и f_2 можно представить в виде двух пар уравнений [21]:

$$\left. \begin{aligned} P_1 &= P_{f_1} + \frac{A_K}{f_1^2} = P_{f_1} + \Delta P_1 \\ P_2 &= P_{f_2} + \frac{A_K}{f_2^2} = P_{f_2} + \Delta P_2 \end{aligned} \right\} \quad \text{и} \quad \left. \begin{aligned} L_1 &= L_{f_1} + \frac{A_P}{f_1^2} = L_{f_1} + \Delta L_1 \\ L_2 &= L_{f_2} + \frac{A_P}{f_2^2} = L_{f_2} + \Delta L_2 \end{aligned} \right\}, \quad (10)$$

где P_{f_1}, P_{f_2} и L_{f_1}, L_{f_2} – расстояния исправленные за влияние ионосферы, искаженные приборными ошибками в процессе измерений; P_1, P_2 и L_1, L_2 ; $\Delta P_1, \Delta P_2$ и $\Delta L_1, \Delta L_2$ - поправки в кодовые и фазовые измерения расстояний на частотах f_1 и f_2 ; A_K и A_P - интегральные коэффициенты для кодовых и фазовых измерений, характеризующие состояние ионосфера вдоль распространения радиоволн на момент измерений.

В свою очередь, коэффициенты A_K и A_P можно вычислить из соответствующих пар кодовых или фазовых измерений известным способом [21,25] с помощью уравнений:

$$A_K = \frac{\Delta P \cdot (f_1^2 \cdot f_2^2)}{(f_1^2 - f_2^2)}, \quad A_P = \frac{\Delta L \cdot (f_1^2 \cdot f_2^2)}{(f_1^2 - f_2^2)},$$

где $\Delta P = P_2 - P_1$, $\Delta L = L_2 - L_1$.

Тогда по найденным значениям A_K и A_P из уравнений (3) можно вычислить поправки в измеренные дальности по следующим формулам [21]:

$$\Delta P_1 = \frac{A_K}{f_1^2} = \frac{\Delta P \cdot f_2^2}{(f_1^2 - f_2^2)}, \quad \Delta P_2 = \frac{A_K}{f_2^2} = \frac{\Delta P \cdot f_1^2}{(f_1^2 - f_2^2)}, \quad \Delta L_1 = \frac{A_P}{f_1^2} = \frac{\Delta L \cdot f_2^2}{(f_1^2 - f_2^2)}, \quad \Delta L_2 = \frac{A_P}{f_2^2} = \frac{\Delta L \cdot f_1^2}{(f_1^2 - f_2^2)}. \quad (11)$$

Для используемых в GPS частот f_1 и f_2 , значения отношений частот можно принять равными [21,25]:

$$\frac{f_1^2}{(f_1^2 - f_2^2)} = 2,54572778, \quad \frac{f_2^2}{(f_1^2 - f_2^2)} = 1,54572778.$$

Тогда с помощью уравнений (8) и (9) получим расстояния P и L до спутника, исправленные за показатель преломления ионосферы.

Для выполнения исследований автором использовались результаты измерений GPS взятые из протоколов, представленных в Internet [24]. Наблюдения проводились в Новосибирске по Международной программе приемником фирмы Торсон. Реальные измерения GPS-приемником расстояний P_1 , P_2 и L_1, L_2 до двух спутников с номерами G 19 и G 28 представлены в таблице 1.

Табл. 1

№	Дата и время (по Гринвичу)	№ сп-ка	Кодовые измерения, м		Фазовые измерения, м	
			P_1 , м	P_2 , м	L_1 , м	L_2 , м
1	23.07.09 13 h 08 м 10 s	G19	23 237 001,686	23 237 004,303	23 237 002,978	23 237 006,591
2	23.07.09 13 h 08 м 10 s	G28	20 922 182,332	20 922 184,775	20 922 183,098	20 922 187,252

Здесь результаты фазовых измерений расстояний L_1 и L_2 получены путем умножения числа фазовых циклов на длины волн в вакууме, соответствующие частотам f_1 и f_2 .

Вычисления исправленных за ионосферу дальностей P_{f_1} , P_{f_2} и L_{f_1} , L_{f_2} для групповых скоростей по формулам (8) представлены в таблице 3 из которой видно, что значения: $P_{f_1} = P_{f_2}$ и $L_{f_1} = L_{f_2}$. Тогда из уравнений (8) и (10) следует, что в случае использования групповой скорости для частот $f_1 > f_2$ измеренные параметры P_1 , P_2 и L_1, L_2 должны удовлетворять следующим неравенствам: $P_1 < P_2$ и $L_1 < L_2$. Это в действительности существует и является свидетельством того, что при кодовых и фазовых измерениях радиоволны распространяются с групповыми скоростями.

Т а б л и ц а 3

Результаты измерений, исправленные за влияние ионосферы

№ сп-ка	Кодовые измерения P, м	Фазовые измерения длин L	
	Групповая скорость		Фазовая скорость
	$P_{f_1} = P_{f_2}$, м	$L_{f_1} = L_{f_2}$, м	Поскольку $L_1 < L_2$, то использование фазовых скоростей в ионосфере недопустимо
G19	23 236 997,641	23 236 997,393	
G 28	20922178,556	20 922 176,677	

Использование фазовых скоростей для обработки результатов фазовых измерений – некорректно как физически, так и методически, поскольку неравенство $L_1 < L_2$ уже показывает на групповую скорость распространения радиоволн. Применение фазовой скорости к реальным измерениям приводит к существенным искажениям. Так из формул (9-11) следует, что в результаты измерений необходимо вводить те же поправки, как и для групповых скоростей на частотах f_1 и f_2 , но с обратными знаками. Таким образом, расчетные формулы для определения фазовых расстояний, исправленных за ионосферу, примут вид: $L_{f1} = L_1 + \Delta L_1$ - на частоте f_1 и $L_{f2} = L_2 + \Delta L_2$ - на частоте f_2 . Расчет по эти формулам длин с использованием фазовой скорости приводит к тому, что для спутника G 28 исправленные расстояния имеют существенно различные значения: $L_{f1} = 20\,922\,189,519$ м и $L_{f2} = 20\,922\,197,827$ м, отличающиеся между собой на величину более 8 м.

Следовательно, применение фазовой скорости в ионосфере значительно искажает измеренные расстояния и может служить источником дополнительных погрешностей GPS-измерений.

Таким образом, использование в настоящее время фазовой скорости в ионосфере для обработки GPS-измерений негативно влияет на результаты определения абсолютных координат, хотя и в меньшей степени ухудшает дифференциальные измерения, поскольку для одновременных измерений при вычислении приращений координат эти погрешности носят систематический характер и, в основном, взаимно компенсируются.

Это позволяет сделать следующие выводы [23]:

- экспериментально установлено, что фазовой скорости ЭМВ в ДС не существует, а радиоволны распространяются в ионосфере с групповой скоростью;
- использование только групповой скорости для обработки фазовых GPS-измерений дает возможность повысить точность определения координат и расстояний GPS-приемниками, особенно в абсолютном режиме;
- в средах с аномальной дисперсией при использовании групповых скоростей не нарушается основное положение теории относительности, о том, что скорость переноса амплитуды, мощности и энергии волн не превышает скорости света в вакууме. Следовательно, утверждение о фазовом опережении и сверх-

световых скоростях волн и частиц в ДС с аномальной дисперсией не соответствует действительности.

3. Распространение оптических волн в атмосфере

В настоящее время фазовый и групповой показатели преломления оптических волн в атмосфере повсеместно используются в физике, оптике [1-12], астрономии, геодезии [15,20] и других областях науки и техники для расчета скоростей волн и учета влияния ДС на результаты угловых и линейных измерений, в специальных системах наведения лазерного и оптического излучения и других областях науки и техники.

Конкретно, отметим широкое использование фазового показателя преломления в ДС:

- в интерферометрии при измерении расстояний и в интерферометрах-рефрактометрах для определения показателя преломления среды;
- в дисперсионной угловой рефрактометрии, а также для определения поправок за рефракцию инструментальными интерференционными методами [20].

Групповой показатель преломления используется для определения скорости распространения света в импульсной и модуляционной фазовой лазерной дальнометрии, дисперсионной рефрактометрии с использованием внешней модуляции [15].

Анализ литературных источников показывает, что в настоящее время автором основополагающих работ по определению коэффициента преломления воздуха для оптических волн в атмосфере является шведский ученый Эдлен (Edlen) [13, 14]. Однако в своих работах он использует лишь термин показатель преломления - «refractive index» и не дает определения, для какого показателя преломления его формулы получены фазового или группового. В технической литературе определенное Эдленом значение показателя преломления в результате замены реального квазимонохроматического излучения - идеальным монохроматическим получило название фазового показателя преломления (phase refractive index). Это явилось прямым следствием ошибочного мнения о реальности существования фазовой скорости в диспергирующей среде. Значение показателя преломления в зависимости от длины волны Эдлен получил из результатов интерферометрических измерений [13, 14], используя аппроксимацию наблюдений с применением реального излучения, которое, как это показано выше, распространялось с групповой скоростью. Таким образом, им фактически был определен групповой показатель преломления (group refractive index), а не фазовый, как это принято считать в существующей литературе [15, 17,20,27,28].

В результате возникла ситуация при которой замена названия фазового показателя преломления на групповой не меняет правильности использования показателя преломления, полученного Эдленом, для определения скорости и направления оптических волн при решении названных выше задач. На основании сказанного, уточненная формула Эдлена для стандартных условий, в виде

группового, а не фазового показателя преломления в форме Зельмейера может быть представлена уравнением [13,14]:

$$(n_{0g} - 1)10^6 = 83,4213 + \frac{24060,30}{(130 - \sigma^2)} + \frac{159,97}{(38.9 - \sigma^2)},$$

где $\sigma = 1/\lambda$ - волновое число в мкм⁻¹, λ - длина волны в мкм.

Эта формула получена по экспериментальным результатам измерений, для условий $T_0 = 288,15^0$ - температура в градусах Кельвина ($t_0 = 15^0 C$), $P_0 = 1013,25$ мб - давление (760мм. рт. ст.), влажность «сухой воздух» и 0,03% углекислого газа в воздухе).

Эта же формула без потери точности может быть представлена в форме уравнения Коши

$$(n_{0g} - 1)10^6 = 272,6129 + \frac{1,5294}{\lambda^2} + \frac{0,01367}{\lambda^4}. \quad (12)$$

Практические проблемы возникают как раз с использованием так называемого раньше группового показателя преломления оптического излучения для стандартных условий, поскольку для его получения использовалась формула Рэлея

$$n_{0g} = n_{0p} - \lambda \left(\frac{dn_{0p}}{d\lambda} \right). \quad (13)$$

Ошибка заключалась в том, что в формулу (13) вместо n_{0p} , который назывался раньше «фазовым показателем преломления» подставляли значение группового показателя преломления из формулы (12). Таким образом, в модуляционных фазовых и импульсных лазерных дальномерах вместо уравнения (12) используется некорректная формула

$$(n'_{0g} - 1)10^6 = 272,6129 + \frac{3 \cdot 1,5294}{\lambda^2} + \frac{5 \cdot 0,01367}{\lambda^4}. \quad (14)$$

Существует возможность, как и в предыдущем случае для радиоволн в ионосфере, определить теоретическое значение фазового показателя преломления света в атмосфере n_{p0} . Будем искать фазовый показатель преломления в следующем виде

$$(n_{0p} - 1) \cdot 10^6 = A + \frac{B}{\lambda^2} + \frac{C}{\lambda^4}, \quad (15)$$

где A , B и C - постоянные коэффициенты. Подстановка выражения (15) в (12) позволяет получить известное уравнение (12), представленное в следующем виде,

$$(n_{0g} - 1) \cdot 10^6 = A + \frac{3 \cdot B}{\lambda^2} + \frac{5 \cdot C}{\lambda^4} = 272,6129 + \frac{3 \cdot 0,5098}{\lambda^2} + \frac{5 \cdot 0,002734}{\lambda^4}.$$

Отсюда находим искомые значения коэффициентов $A = 272,6129$, $B = 0,5098$ и $C = 0,002734$ в уравнении (15), что позволяет представить фазовый показатель преломления идеализированной волны для стандартных условий уравнением

$$(n_{0p} - 1) \cdot 10^6 = 272,6129 + \frac{0,5098}{\lambda^2} + \frac{0,002734}{\lambda^4}. \quad (16)$$

Значение фазового показателя преломления может быть использовано как для оценки искажения измерений при замене реального группового на идеальный фазовый показатель преломления, так и для исследований и построения теоретических математических моделей ДС.

Для условий отличных от стандартных групповой показатель преломления воздуха можно вычислить, используя формулы Баррелла и Сирса [15]

$$(n_g - 1) \cdot 10^6 = (n_{0g} - 1) \cdot 10^6 \frac{T_0 \cdot P}{P_0 \cdot T} - \left(17,045 - \frac{0,5572}{\lambda^2} \right) \frac{e}{T}. \quad (17)$$

Использование ошибочного значения группового показателя преломления могло служить причиной неудач при создании двух и многоволновых модуляционных лазерных светодальномеров-рефрактометров, позволяющих учитывать среднеинтегральное значение показателя преломления атмосферы. Активные попытки создания таких приборов предпринимались в 70-х годах прошлого столетия [20].

Аналогичным образом, может быть рассмотрен вопрос распространения света в стекле и в других ДС с нормальной рефракцией, в которых оптическое излучение также распространяется с групповой скоростью.

Очень важным является использование групповых скоростей в ДС активных сред квантовых стандартов частоты (КСЧ) с рекордной стабильностью синхронизированных мод, создаваемых периодической последовательностью фемтосекундных лазерных импульсов [17]. В таких стандартах сетка стабилизированных частот создается гармониками огибающей периодической последовательности фемтосекундных импульсов. На основе таких стандартов частоты планируется создание эталонов длины.

Однако в работе [17] считается, что несущая частота излучения лазера в активной среде резонатора распространяется с фазовой скоростью, а моды огибающих фемтосекундных импульсов в активной среде перемещаются с групповыми скоростями. Авторы полагают, что вследствие различия фазовых скоростей несущей волны и групповых скоростей гармоник происходит отстройка частоты несущего излучения от частот гармоник, задаваемых частотой следования фемтосекундных импульсов. Для определения групповых скоростей мод огибающих рекомендуют использовать соотношение Рэля (12), а это означает, что «групповой показатель преломления» гармоник также, определяются через фактически групповой показатель преломления несущего излучения. Однако в действительности отстройки частоты не существует, а несущее излучение и моды огибающих импульсов распространяются в активной среде КСЧ только с групповыми скоростями. Поэтому, предлагаемый в работе [17] переход от так называемой «фазовой скорости несущих волн» к групповой скорости гармоник огибающей фемтосекундных импульсов, только исказит результаты определения их длин волн. Это может негативно сказаться на точности эталона длины, как это было показано выше в примере для модуляционных лазерных дальнометров.

При выполнении светодальномерных измерений для вычисления скорости оптических волн в неоднородной атмосфере требуется знание среднеинтегрального показателя преломления, который может быть определен на момент наблюдений дисперсионным методом с помощью светодальномеров-рефрактометров [20,28]. Начиная с 70-х годов прошлого века, в создании опытных образцов светодальномеров-рефрактометров активное участие принимали ведущие ученые университетов, научно-исследовательских институтов и приборостроительных фирм России, США, Англии, Италии и др. стран [20,28]. Высокий уровень специалистов и уникальные метрологические характеристики созданных многоволновых рефрактометров, позволяли обеспечить высокую аппаратную точность измерений, требуемую для решения поставленных задач. Однако несмотря на создание многочисленных весьма дорогостоящих экспериментальных образцов многоволновых светодальномеров-рефрактометров по невыясненным до настоящего времени причинам они так и не получили практического применения.

Тщательный анализ причин, не позволивших реализовать на практике дисперсионный метод, дал основание автору предположить, что причина кроется в использовании некорректного значения скорости распространения оптических волн в атмосфере.

3.1. Экспериментальные результаты исследований.

Экспериментально отсутствие фазовой скорости в ДС покажем на примере распространения оптических волн в атмосфере, в которой также считается, что несущие оптические волны движутся с фазовой скоростью [25]. В настоящее время при выполнении прецизионных светодальномерных и локационных измерений групповую скорость получают, используя фазовую скорость с помощью известного соотношения Релея. Для решения поставленной задачи воспользуемся результатами прецизионных измерений светодальномерами – рефрактометрами. Такие приборы [16,23-25], предназначены для одновременных измерений расстояний и определения среднеинтегрального показателя преломления вдоль измеряемой линии. Начиная с 70-х годов прошлого века, в создании опытных образцов светодальномеров-рефрактометров активное участие принимали ведущие ученые университетов, научно-исследовательских институтов и приборостроительных фирм России, США, Англии, Италии и др. стран [24]. Высокий уровень специалистов и уникальные метрологические характеристики, созданных многоволновых рефрактометров, позволяли обеспечить высокую аппаратную точность измерений, требуемую для решения поставленных задач. Однако несмотря на создание многочисленных весьма дорогостоящих экспериментальных образцов многоволновых светодальномеров-рефрактометров [24] по невыясненным причинам они так и не получили практического применения. Подробный анализ факторов, не позволивших реализовать на практике дисперсионный метод, дал основание предположить, что причина кроется в использовании некорректного значения скорости распространения оптических волн в атмосфере.

А

Из сравнительного анализа результатов измерений, представленных на рис. 3 [27-28] следует, что расчетное значение разности хода волн $\Delta = 25,0$ мм, вычисленное по предлагаемой автором формуле (12), хорошо согласуется с усредненной измеренной величиной близкой к $\Delta_{из} \approx 30$ мм. Различие этих величин объясняется использованием в вычислениях метеоданных определенных на конечных пунктах измеряемой линии, а не среднеинтегральных значений метеоданных, которые учитывает дисперсионный метод.

При этом используемая создателями рефрактометра формула (14), для тех же метеоданных дает значение разности хода лучей $\Delta = 79,0$ мм, что превосходит больше, чем в два с половиной раза измеренную рефрактометром величину. Отсюда следует, что применение формулы (8) является негативным фактором, препятствующим получению как истинных результатов светодальномерных измерений, так и широкому внедрению светодальномер-рефрактометров

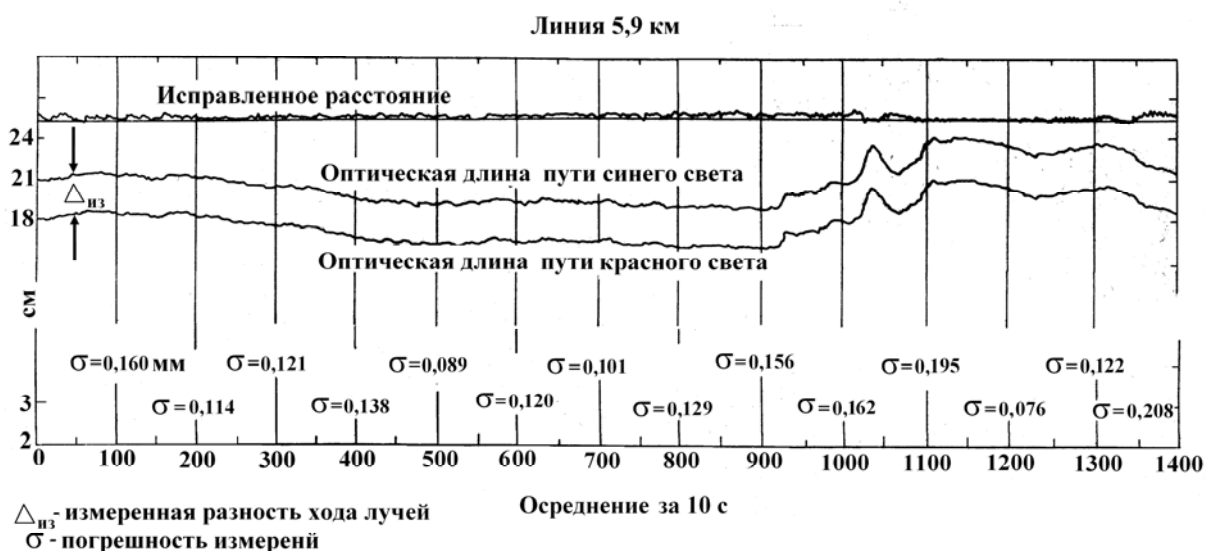


Рис.3. Результаты полевых измерений линии длиной $D_0=5,9$ км двухволновым фазовым лазерным дальномером [27,28].

в практику современных прецизионных измерений больших длин. Расчеты показывают, что для излучения лазера $\lambda_1 = 0,6328$ мкм, используемого для измерения расстояния $D(\lambda_1)$, ошибка в измерении расстояния за счет некорректного использования показателя преломления по формуле (14) по сравнению с выражением (12) составит около 8 мм на 1 км измеряемой длины. Такая методическая погрешность весьма значительна, поскольку инструментальной точность дальномера составляет десятые доли миллиметра, а у некоторых светодальномеров дальность действия может составлять десятки километров.

4. Отражение и преломление волн

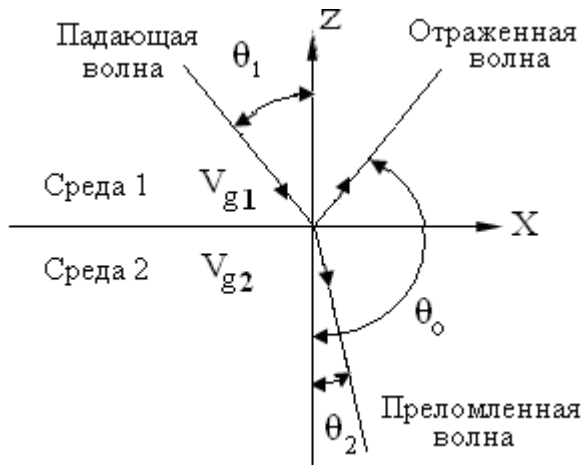
В существующей литературе эти вопросы излагаются с использованием фазовых скоростей и фазовых показателей преломления [1-10]. Рассмотрим эти вопросы с учетом реальных групповых скоростей ДС. Пусть такими средами являются воздух и стекло, где волны распространяются с групповыми скоростями v_{g1} и v_{g2} . Положим, что граница двух плоских однородных ДС 1 и 2 проходит вдоль оси X, а плоская волна падает под углом θ_1 к нормали Z и разделяется на две волны: отраженную и преломленную рис.4.

Используя известные формулы [4], запишем законы преломления и отражения в следующем виде

$$\frac{\sin \theta_1}{v_{g1}} = \frac{\sin \theta_2}{v_{g2}} = \frac{\sin \theta_0}{v_{g1}} \quad (18)$$

где $\theta_0 = 180^\circ - \theta_1$.

Учитывая, что излучение в диспергирующих средах распространяется с групповой скоростью, то



$$\frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} = \frac{v_{g1}}{v_{g2}} = \frac{n_{g2}}{n_{g1}} \quad (19)$$

Таким образом, направления реальных волн при отражении и преломлении в диспергирующих средах определяются групповыми показателями преломления, а не фазовыми [1-9].

Рис. 4. Отражение и преломление волн на границе двух сред

5. Распространение волнового пакета в воде.

Пример некорректного использования фазовой скорости для анализа расплывания во времени в диспергирующих средах волнового пакета, по мнению автора, приведен в популярном учебнике Ф. Крауффорда [6]. Речь идет о волновом пакете синусоиды рис. 3, состоящей из нескольких периодов несущей волны, где автор учебника утверждает, что «стрелка», перемещающаяся с фазовой



Рис.5. Волновой пакет, возмущенной воды [6]

в два раза групповую скорость переноса расплывающегося гребня волны.

7. Атомная физика.

Поскольку скорость квантовомеханических частиц для диспергирующих сред в представлении волн де Бройля определяется скоростью волнового пакета [6], то и как в предыдущем случае, каждая спектральная составляющая будет распространяться также с групповой скоростью, а не с фазовой. Совокупность спектральных составляющих, полученных из преобразования Фурье (5) и распространяющихся с групповыми скоростями, в окончательном виде дадут реальную скорость волнового пакета. В случае необходимости получения теоретического значения фазовой скорости v_p , ее следует определять из экспериментально полученной групповой скорости. При этом не следует определять групповую скорость через фазовую, как это было для определения показателя преломления оптических волн в тропосфере.

В определенной степени, это касается и методики изложения теории излучения Вавилова-Черенкова [10] при обсуждении которой в существующей литературе, используется фазовая скорость света в диспергирующей среде.

В заключение, отметим, что рассмотренные здесь примеры отражают далеко не полный круг задач, к которым могли бы быть применены рассматриваемые в данной работе подходы.

Список литературы

1. *Савельев И. В.* Курс общей физики: Волны Оптика // М.: Астрель, 2002. 256 с.
2. *Ахманов С.А., Никитин С.Ю.* Физическая оптика // М.: Наука, 2004. 656 с.
3. Физическая энциклопедия // М.: Советская энциклопедия, 1988. 699 с.
4. *Борн М, Вольф Э.* Основы оптики // М.: Наука, 1970. 855 с.
5. *Сивухин Д.В.* Общий курс физики. Оптика // М.: Наука, 1985. 792 с.
6. *Крауфорд Ф.* Берклиевский курс физики. Волны // М.: Наука, 1984. 432 с.
7. *Ландсберг Г.С.* Оптика // М.: Физматлит, 2006. 848 с.
8. *Мандельштам Л.И.* Лекции по оптике, теории относительности и квантовой механике. М., «Наука». 1972.- 389 с.
9. *Дитчберн Р.* Физическая оптика //М.: Наука, 1965. 632 с.
10. *Матвеев А.Н.* Оптика //М.: Высшая школа, 1985. 351 с.
11. *Калитиевский Н.И.* Волновая оптика //М.: Высшая школа, 1995. 463 с.
12. *Хаус Х.* Волны и поля в оптоэлектронике //М.: Мир, 1988. 280с.
13. *Edlen B.* The dispersion of Standart Air // JOSA 1953. Vol. 43. P. 339– 344.
14. *Edlen B.* The Refractive Index of Air //Metrologia. 1966. 2. P. 71-80.
15. *Камен Х.* Электронные способы измерений в геодезии //М.: Недра, 1982. 251с.
16. *Уизем Д.* Линейные и нелинейные волны //М.: Мир, 1977. 622 с.
17. *Reichert J., Holzwarth R., Udem Th., Hansch T.W.* Measuring the frequency of light with mode-locked lasers // *Optics Commun.* 1999. Vol. 172, P. 59-68.
18. *Grewal S., Weil L., Andrews F.* Global Positioning Systems, Inertial Navigation, and Integration //Jon Willey&Sons, Inc. 2001. P. 392.
19. *Бутиков Е.И.* Оптика // БХВ-Петербург, 2003. 479 с.
20. *Прилепин М.Т, Голубев А.Н.* Инструментальные методы геодезической рефрактометрии «Итоги науки и техники, Геодезия и аэросъемка» // М.: 1979, т 15. 89 с.
21. *Антонович К. М.* Использование спутниковых радионавигационных систем в геодезии //М.: Картгеоцентр, т.1, 2005. 333с.

22. Кошелев, А.В. К определению показателя преломления атмосферы для высокоточных геодезических измерений [Текст] // Геодезия и картография. 2010, №3.- С.3 -7.
23. Кошелев, А.В. Влияние ионосферы на результаты GPS-измерений. [Текст] // Геодезия и картография. 2010, №7.- С.3 -5.
24. [*Electronics resource*]-Англ.-Режим доступа ftp//cdis.gsfc.nasa.gov.
25. Zebhauser B. Zur Entwicklung eines GPS-Programmsystems für Lehre und Tests unter besonderer Berücksichtigung der Ambiguity Function Methode //München. 1999. P. 124.
26. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Электродинамика сплошных сред. – М.: Наука, 1982, с. 403.
27. Earnshaw K.B. and Hernandez E.N. A two-laser optical distance measuring instrument that corrects for atmosphere index of refraction. Appl. Opt., 1972, pp 749-754.
28. Бергер Д. Применение лазерной техники в геодезии и геофизике. - М.: Недра, 1977.- 60 с.
29. Давидович М.В. [Текст] / Давидович М.В. // Успехи физических наук. 2009, №4, с. 443-446.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРЕ

Кошелев Александр Владимирович. Доцент, к.т.н., профессор, заведующий кафедры радиоэлектроники Сибирской государственной геодезической академии,
г. Новосибирск
Почтовый адрес. Ул. Плахотного 10, Новосибирск 630 108. e-mail:
alvlkosh@yandex.ru . Сот. тел. 8 923 243 55 05